

# 数理生物学演習

第9回 時間生物学における数理モデル  
振り返り

工藤 秀一 (D1)

shuichi.kudo.s910[at]gmail.com

数理生物学研究室(佐竹グループ)

リミットサイクルとは

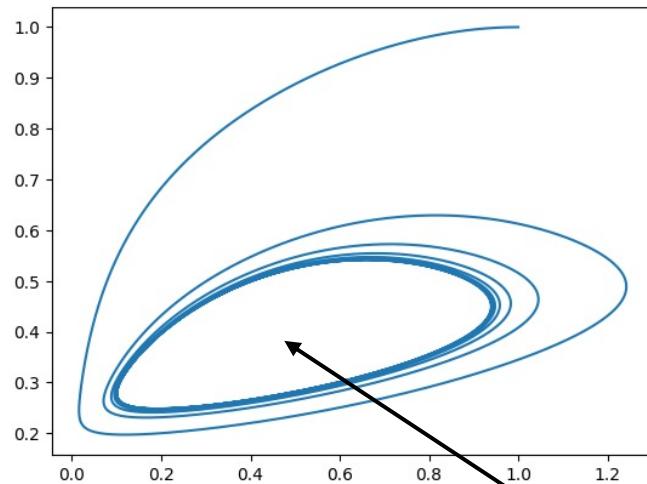
力学系  $\frac{dx}{dt} = f(x)$  に対して, 軌道  $\gamma$  が次の性質を満たすとき,

$\gamma$  はリミットサイクルであるという

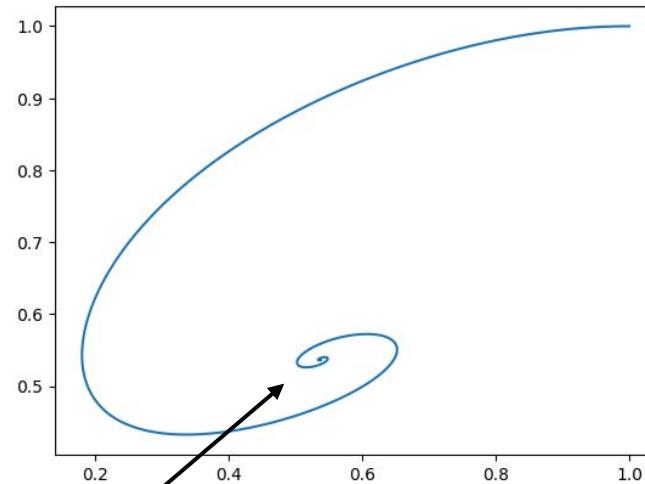
(1)  $\gamma$  は閉軌道である (=サイクルになる:  $\gamma(t + T) = \gamma(t)$ )

(2)  $\gamma$  に十分近い領域に初期値をとれば,  $t \rightarrow \infty$ において解  $x(t)$  は  $\gamma$  に漸近する

リミットサイクル



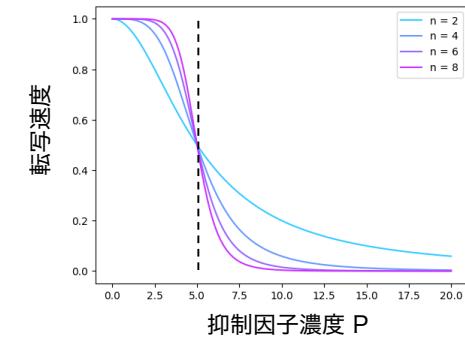
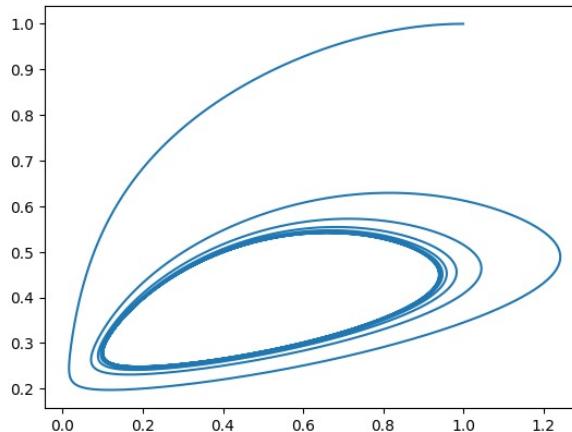
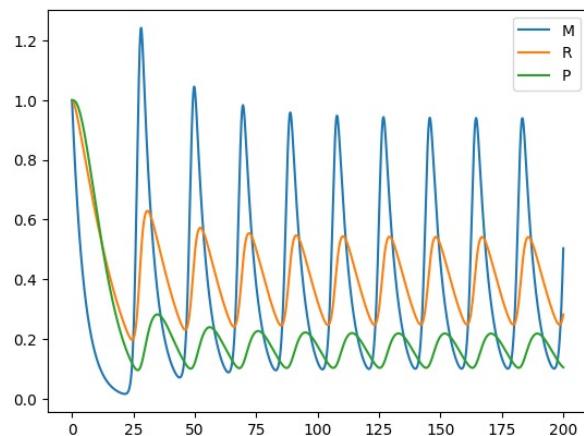
リミットサイクルでない



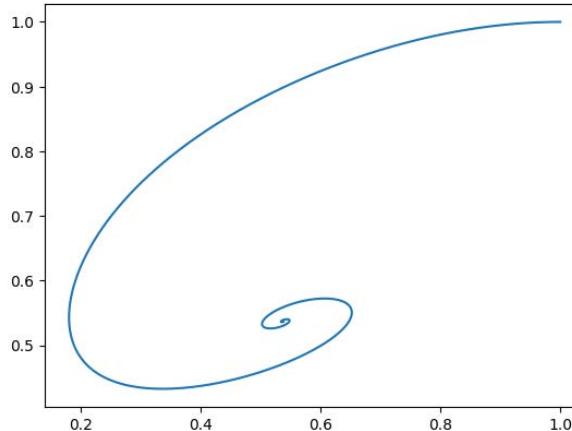
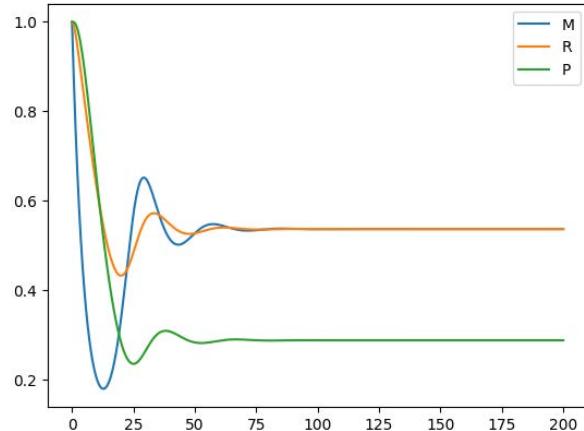
平衡点が不安定である必要がある

# リミットサイクルが生じる条件

$$h = 0.1, n = 10$$



$$h = 0.1, n = 2$$



*tim/per*のmRNA濃度 M

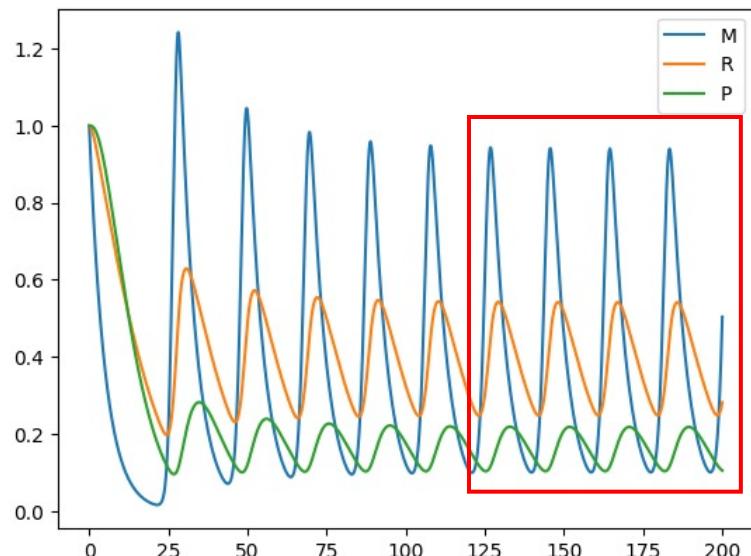
$$\frac{dM}{dt} = \frac{h^n}{h^n + P^n} - aM$$

転写  
(Pにより抑制される) 分解

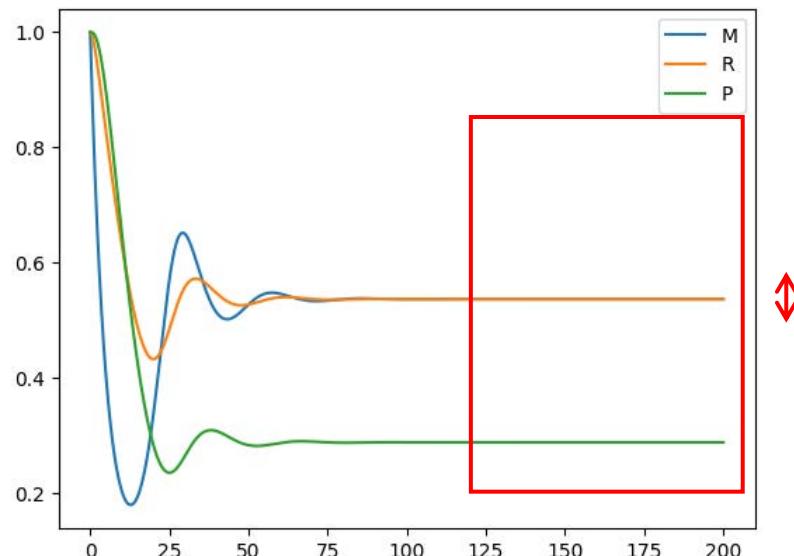
リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻tが十分大きい領域で変数Mの濃度の最大値と最小値を計算

リミットサイクル



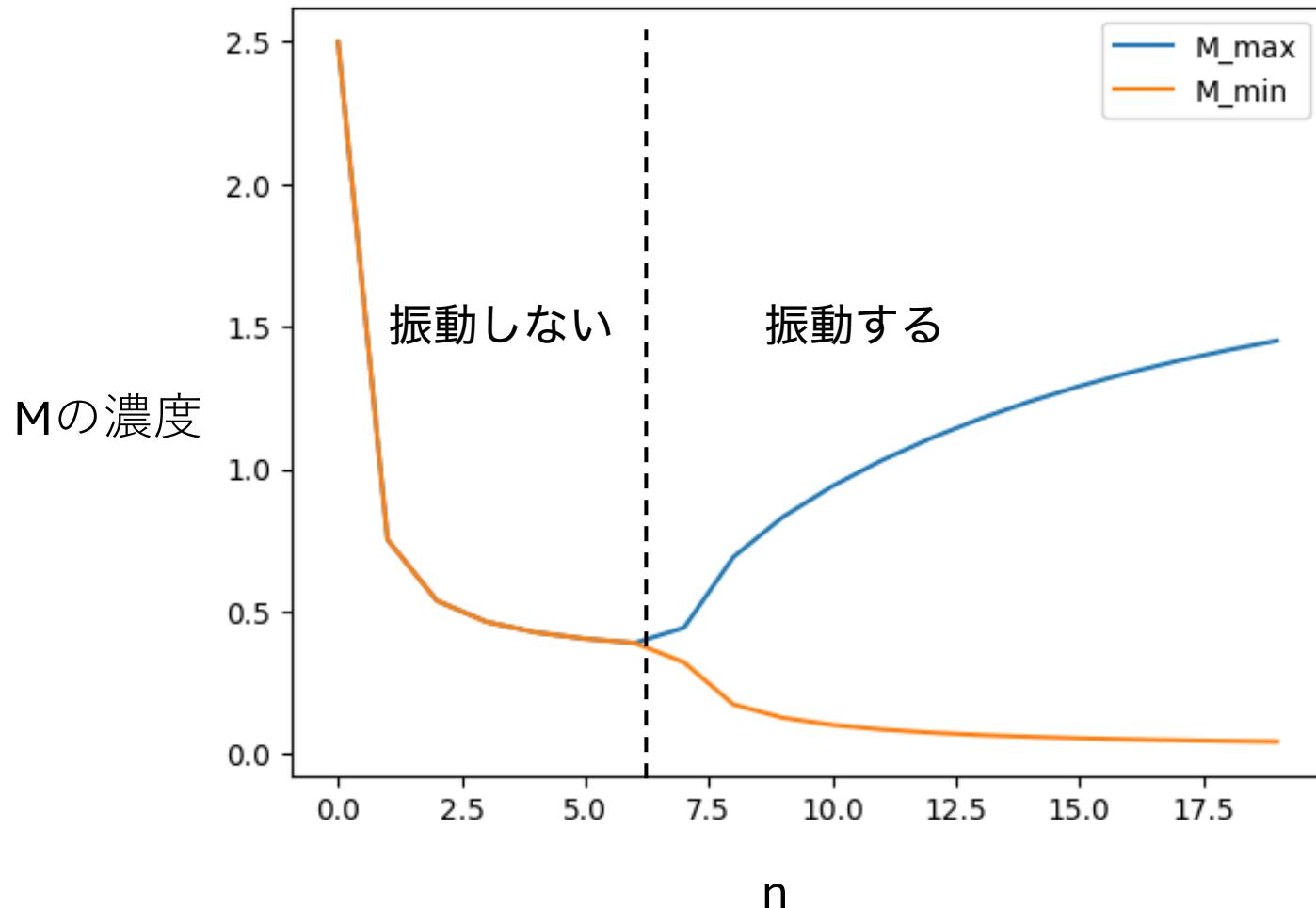
リミットサイクルでない



リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻tが十分大きい領域で変数Mの濃度の最大値と最小値を計算 ( $t_{\text{end}}=1000$ )

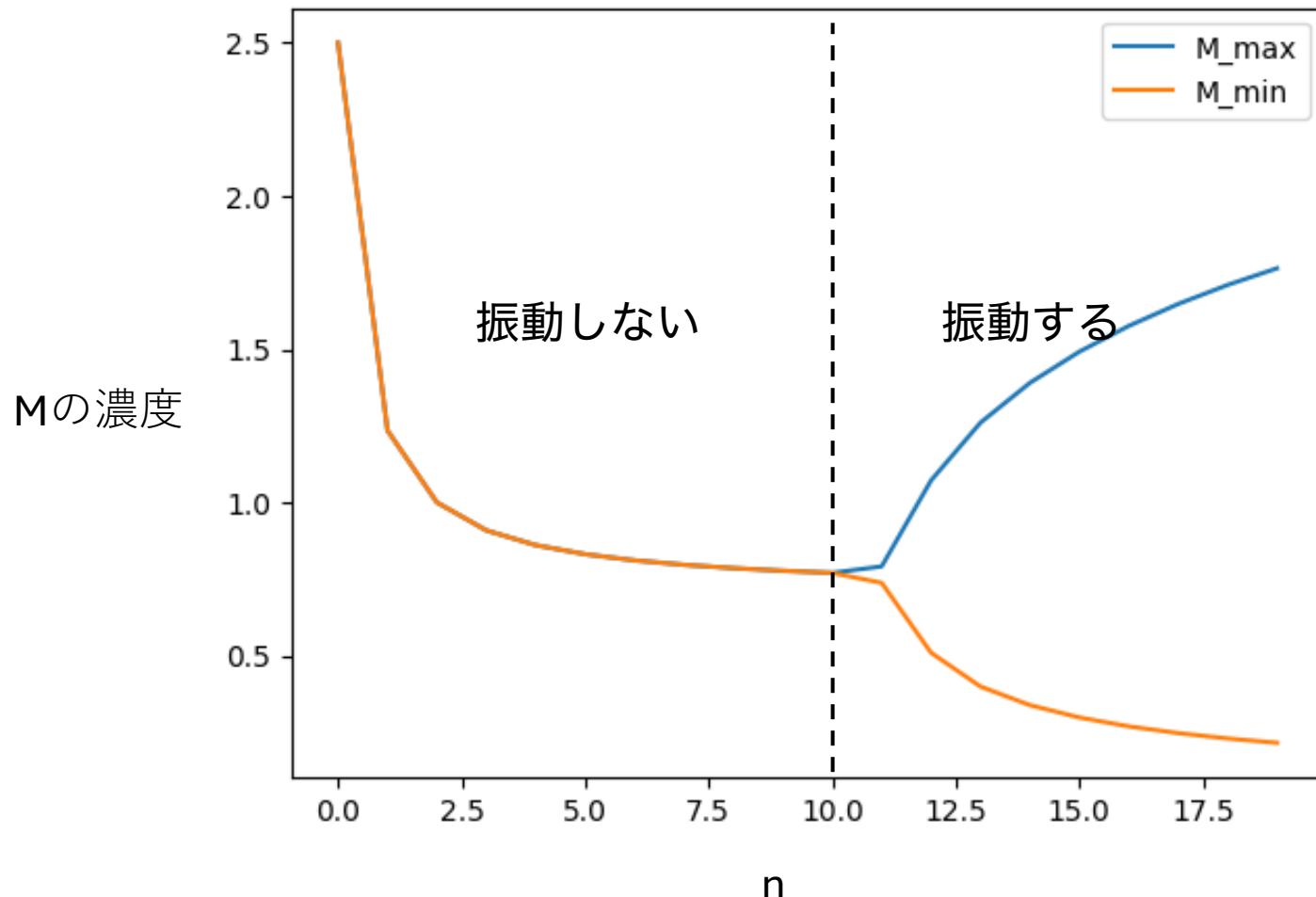
$$h = 0.1$$



リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻tが十分大きい領域で変数Mの濃度の最大値と最小値を計算 ( $t_{\text{end}}=1000$ )

$$h = 0.5$$



# リミットサイクルが生じる条件

## 直感的な説明

$n$ が大きいときフィードバック抑制はスイッチのように働く

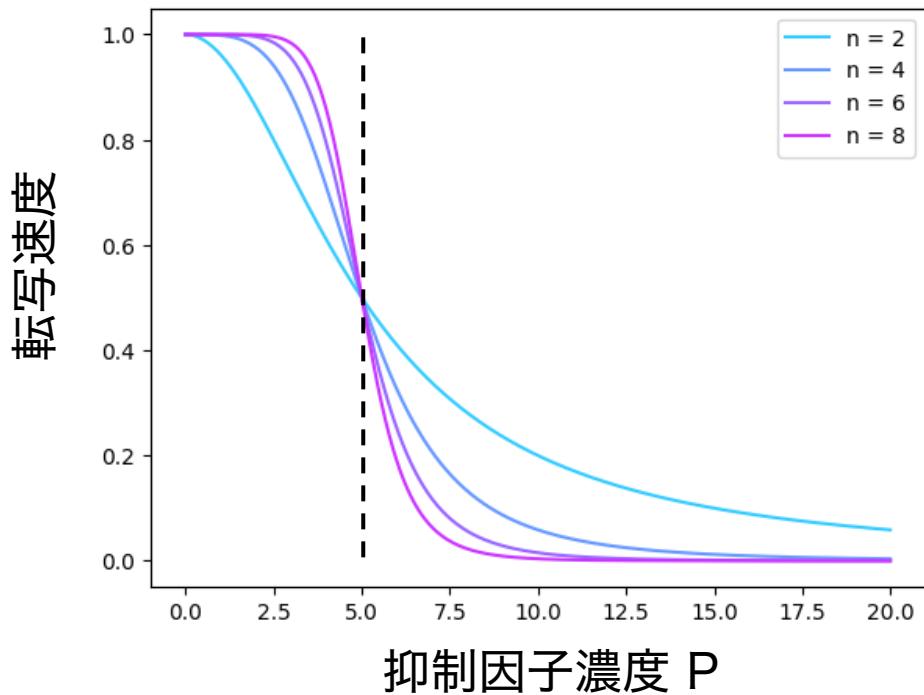


$P$ が小さいとき…

$P$ が多少増えても抑制がかからない



抑制因子 $P$ とmRNA量 $M$ の間で時間的ラグが生じる



理論的な導出に興味がある方は以下を参照

J. theor. Biol. (2002) 216, 193–208

doi:10.1006/jtbi.2002.2546, available online at <http://www.idealibrary.com> on

基本的には平衡点を求め、局所線形解析を行い、平衡点が不安定化する条件を求めている

Comparative Study of Circadian Clock Models, in Search of Processes Promoting Oscillation

GEN KUROSAWA\*, ATSUSHI MOCHIZUKI AND YOH IWASA

Department of Biology, Faculty of Sciences, Kyushu University, Fukuoka 812-8581, Japan

(Received on 29 October 2001, Accepted in revised form on 22 January 2002)