

数理生物学演習

第9回 時間生物学における数理モデル 振り返り

工藤 秀一 (D1)

shuichi.kudo.s910[at]gmail.com

数理生物学研究室(佐竹グループ)

リミットサイクルとは

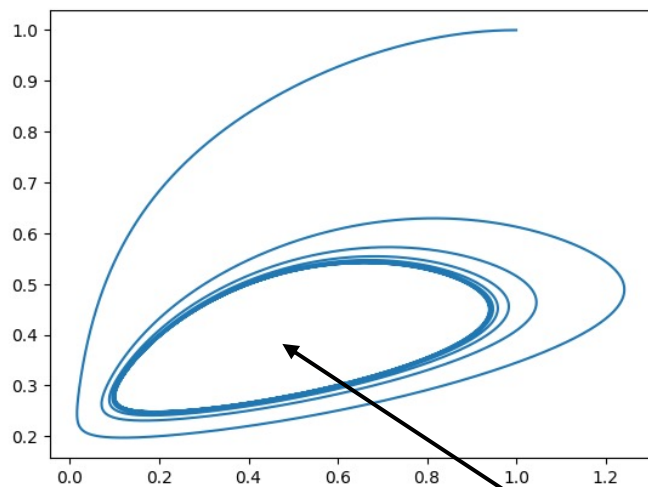
力学系 $\frac{dx}{dt} = f(x)$ に対して, 軌道 γ が次の性質を満たすとき,

γ はリミットサイクルであるという

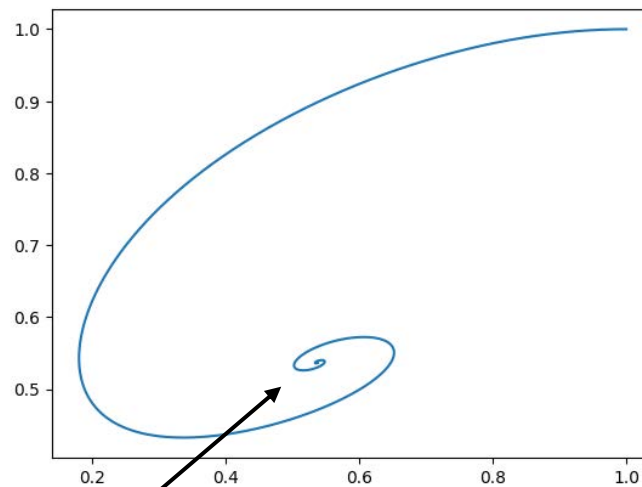
(1) γ は閉軌道である (=サイクルになる: $\gamma(t + T) = \gamma(t)$)

(2) γ に十分近い領域に初期値をとれば, $t \rightarrow \infty$ において解 $x(t)$ は γ に漸近する

リミットサイクル



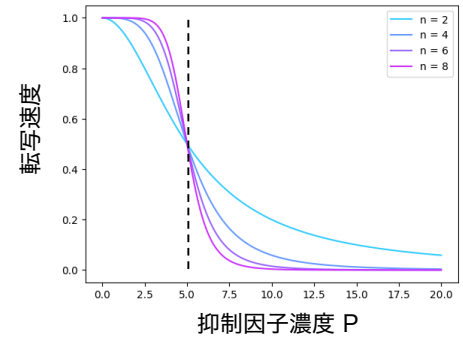
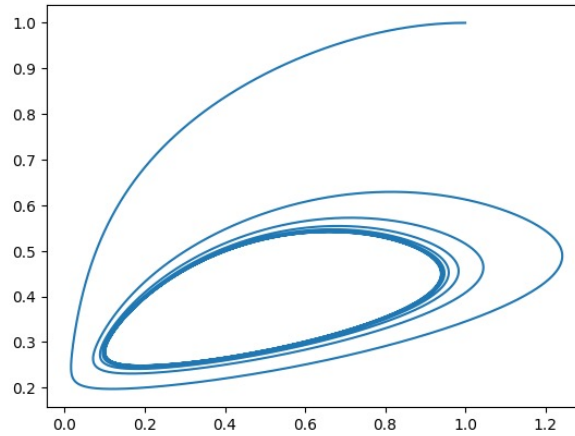
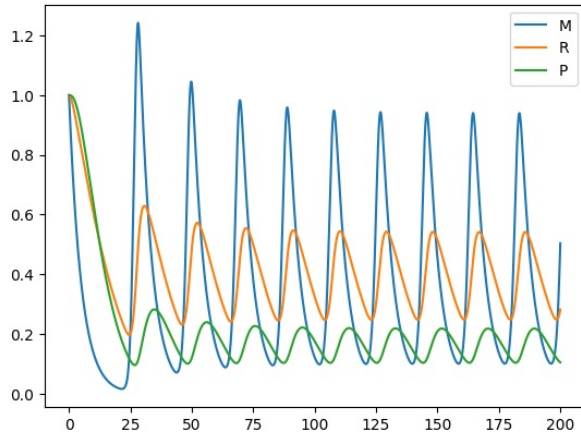
リミットサイクルでない



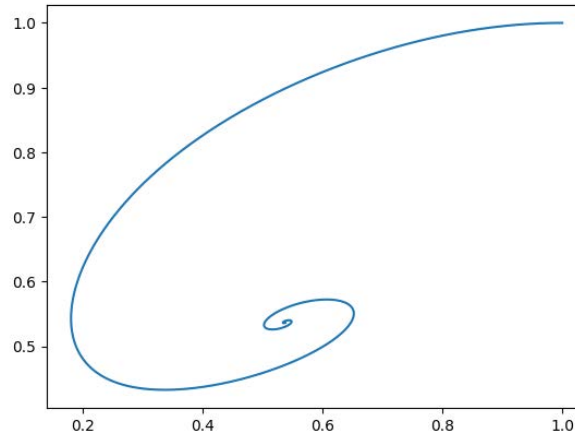
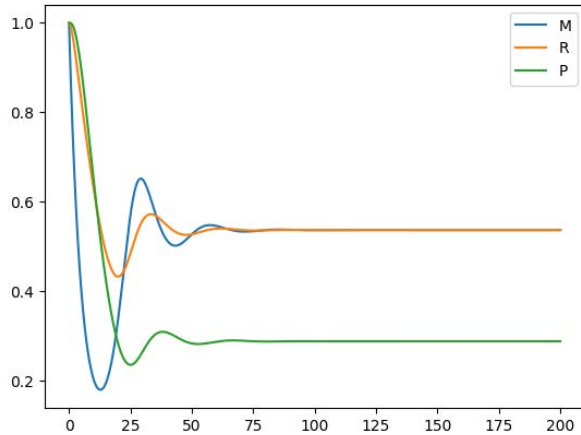
平衡点が不安定である必要がある

リミットサイクルが生じる条件

$h = 0.1, n = 10$



$h = 0.1, n = 2$



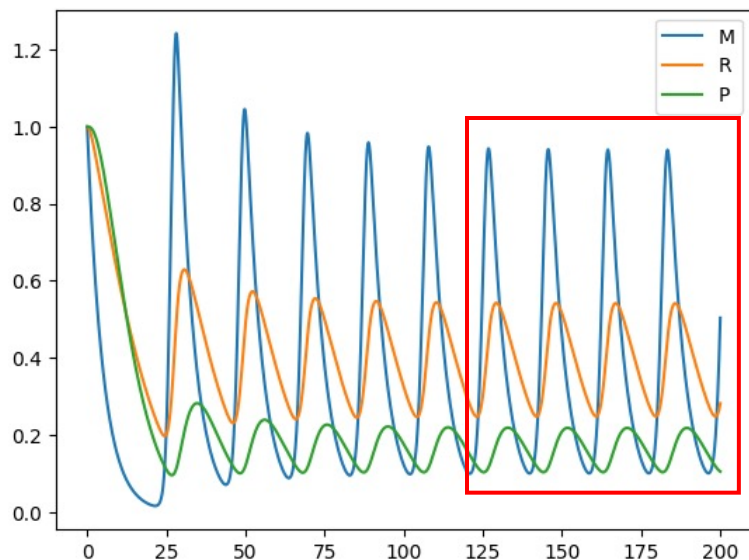
tim/per の mRNA 濃度 M

$$\frac{dM}{dt} = \underbrace{\frac{h^n}{h^n + P^n}}_{\text{転写 (Pにより抑制される)}} - \underbrace{aM}_{\text{分解}}$$

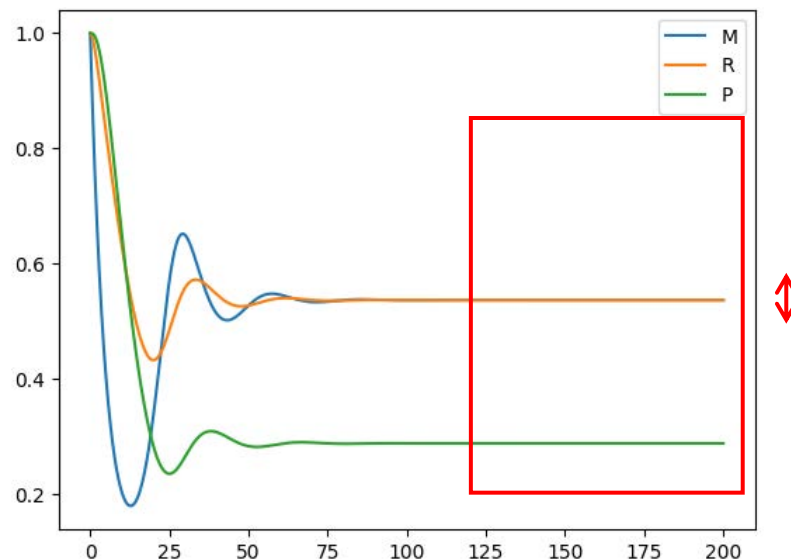
リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻 t が十分大きい領域で変数 M の濃度の最大値と最小値を計算

リミットサイクル



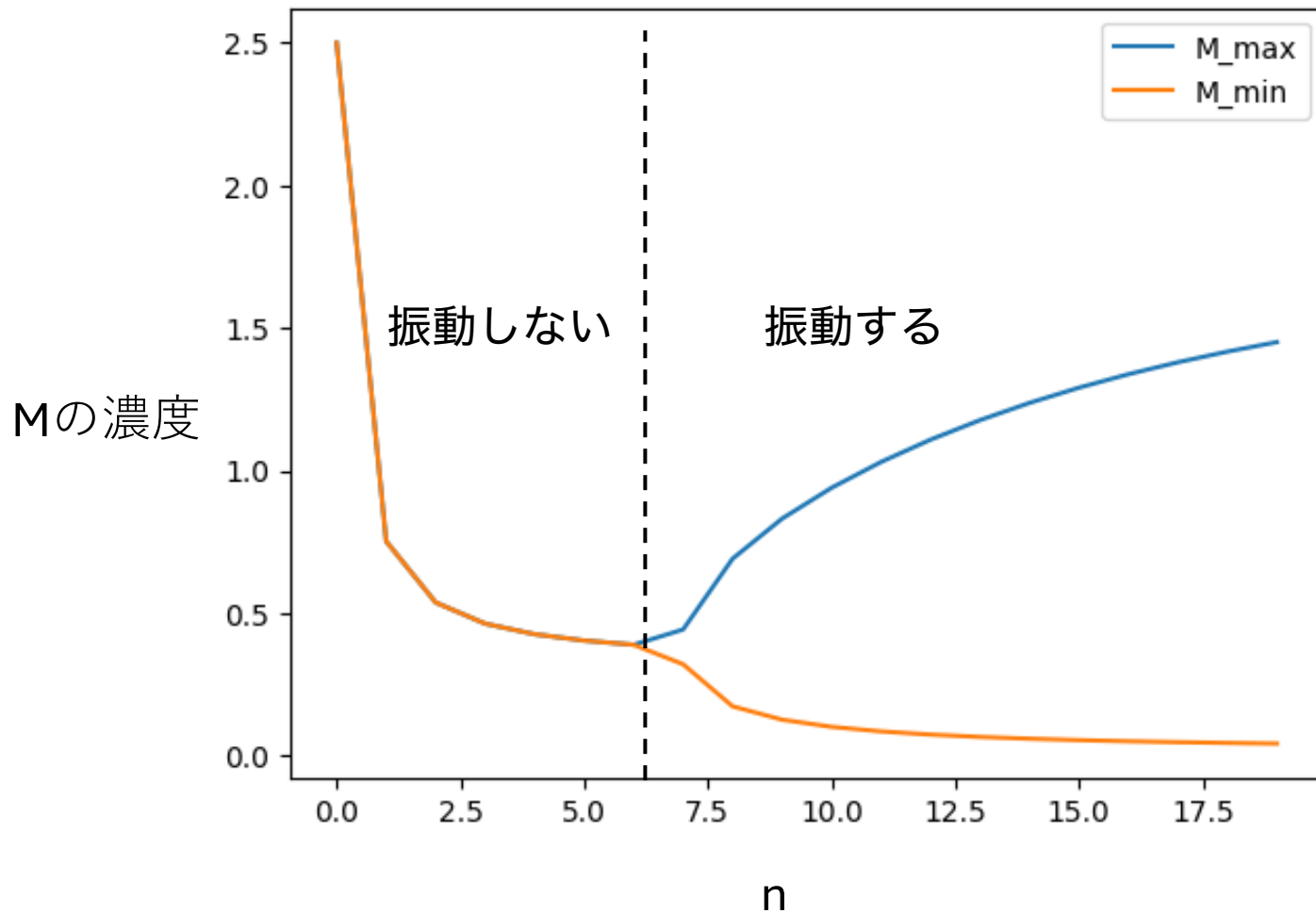
リミットサイクルでない



リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻 t が十分大きい領域で変数 M の濃度の最大値と最小値を計算 ($t_{\text{end}}=1000$)

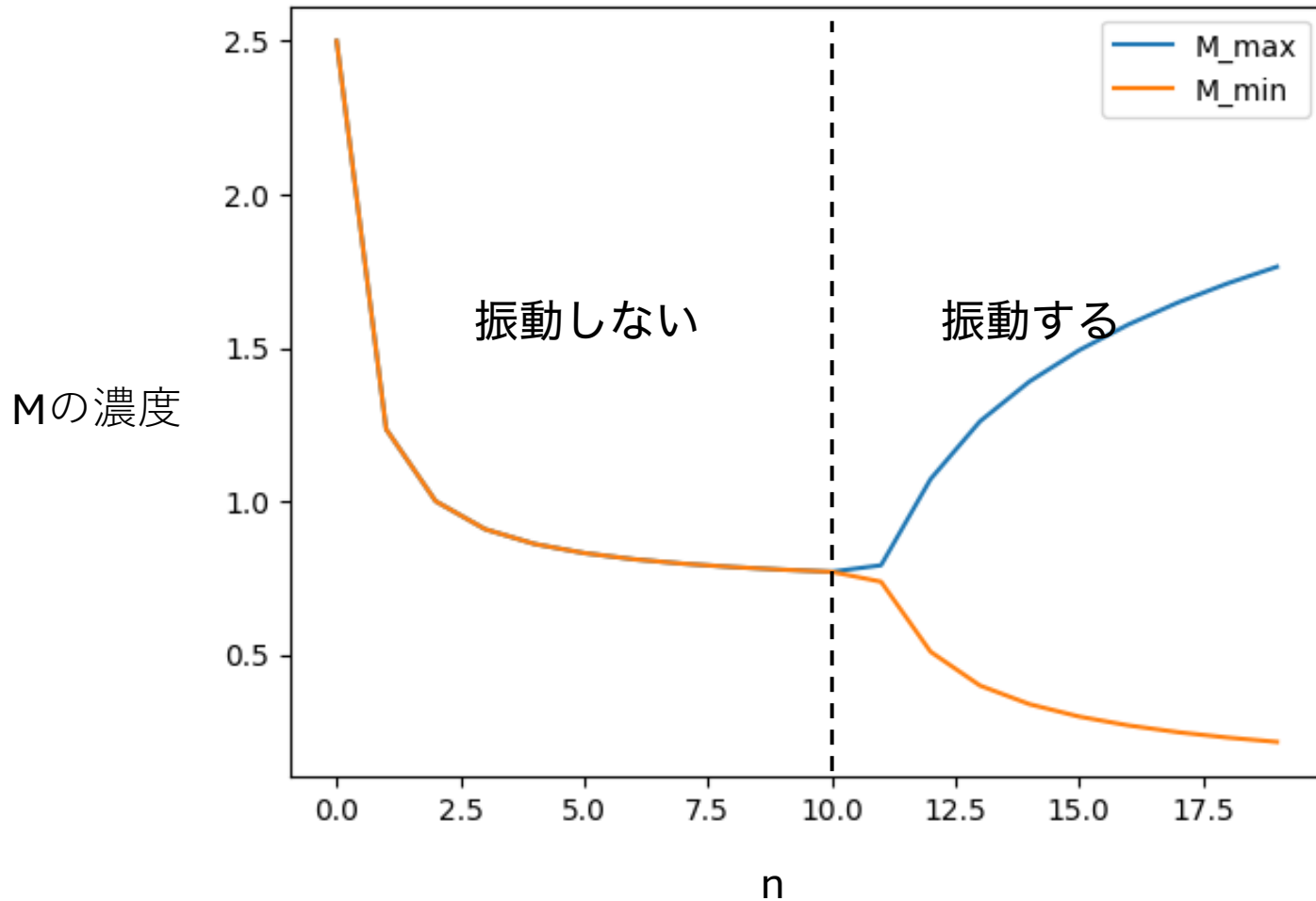
$h = 0.1$



リミットサイクルが生じる条件を数値計算で求める

時刻 t が十分大きい領域で変数 M の濃度の最大値と最小値を計算 ($t_{\text{end}}=1000$)

$h = 0.5$



リミットサイクルが生じる条件

直感的な説明

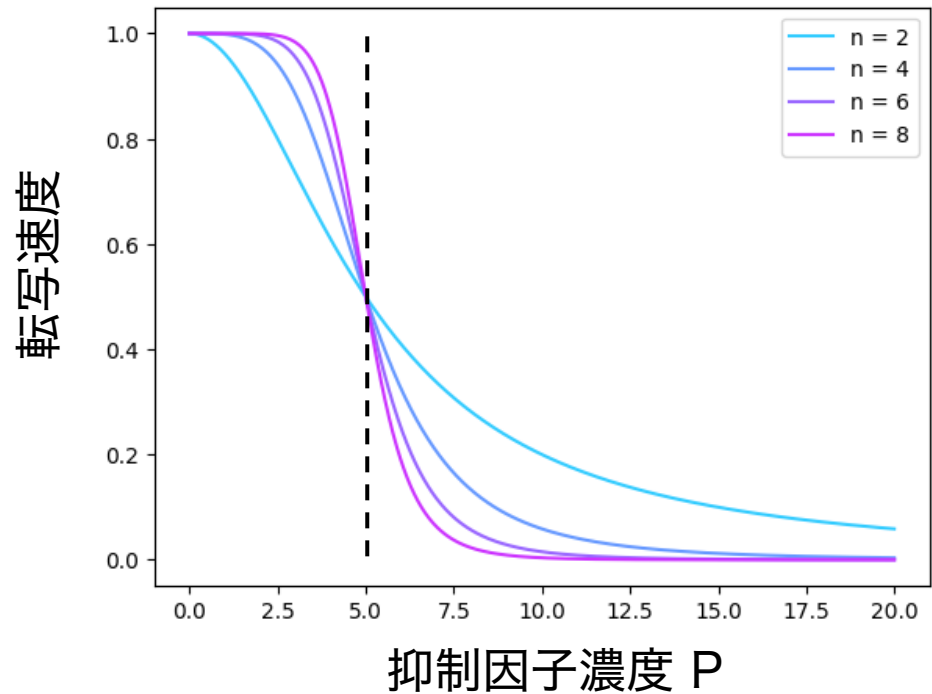
n が大きいときフィードバック
抑制はスイッチのように働く



P が小さいとき…
 P が多少増えても抑制がかからない



抑制因子 P とmRNA量 M の間で時間
的ラグが生じる



Comparative Study of Circadian Clock Models, in Search of Processes
Promoting Oscillation

GEN KUROSAWA*, ATSUSHI MOCHIZUKI AND YOH IWASA

Department of Biology, Faculty of Sciences, Kyushu University, Fukuoka 812-8581, Japan

(Received on 29 October 2001, Accepted in revised form on 22 January 2002)

理論的な導出に興味がある方は以下を参照

J. theor. Biol. (2002) 216, 193–208

doi:10.1006/jtbi.2002.2546, available online at <http://www.idealibrary.com> on

基本的には平衡点を求め、局所線形解析を行い、平衡点が不安定化する条件を求めている