数理生物学演習

第２回　離散ロジスティックモデル

野下 浩司（Noshita, Koji）

noshita@morphometrics.jp

https://koji.noshita.net

理学研究院 数理生物学研究室

前回の復習・補足：シェルコマンド

- ディレクトリの移動

  cd␣@@

- 中身一覧の表示

  dir

例）cd␣~/CompBio2019/02

- ␣：空白の意味

- ディレクトリ directory

  データの保管場所のこと．フォルダとも呼ばれる．

- パス path

  ディレクトリやファイルの“位置”を示すもの．

  例）~/CompBio

- インデント indentation　字下げ

  行頭に空白を入れて開始位置を下げること．Pythonではインデントを特定の構文の範囲指定に利用するため注意が必要（詳しくは今後の演習で）．

第２回：離散ロジスティックモデル

本日の目標

- 差分方程式を解く
- 時間発展をプロットする

差分方程式

離散ロジスティックモデル

$$X_{t+1} = X_t + r\left(1 - \frac{X_t}{K}\right)X_t$$

平衡点を求めよう

実際にプログラムを組んでみよう！

変数：「数値」や「文字」の“容器”

なかに入れる「数値」や「文字列」などの種類毎に「型」がある

この演習では

- str型　文字列データ
- int型　整数
- bool型　True（真），False（偽）
- float型　実数
- complex型　複素数

と理解すれば良い

型は代入をしたタイミングで決まる

```
# 変数と型
a=3
b=6.2
c=True
print(type(a))
print(type(b))
print(type(c))

a=3.3
b=False
c=3+2j
print(type(a))
print(type(b))
print(type(c))
```

- 代入　=
  数学の「=」とは異なる
  例)
  a=5
  a=b+c
- type(オブジェクト)
  オブジェクトの型を返す

Pythonの四則演算とその周辺

・加算　+
・減算　−
・乗算　*
・除算　/
・剰余　%

・指数　a**b
aのb乗

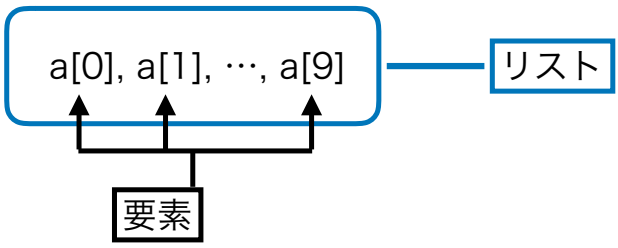
```
# 四則演算など

a=2
b=5
d=6.0
e=7.5

# 加算・減算

c=a+b
f=d-e
print(c)
print(f)

# 乗算
c=a*b; f=d*e;
print(c)
print(f)

# 除算
c=a/b
f=d/e
print(c)
print(f)

# 剰余
c=b%a;
print(c)

# 指数
f = d**e
g = e**(0.5)
print(f)
print(g)
```

リスト

複数の要素の集まり

リスト = [要素１, 要素２, …, 要素n]

たくさんの変数を
個別に用意するのは面倒！




```
# 配列の作成と表示
a = [1,2,3,4,5]
print(a)

# 要素へのアクセス
print(a[1]) # 2が表示される

# 各要素の表示
for i in range(5):
    print(a[i])

# 要素への代入
a[1] = 12 # 二番目の要素に12を代入
print(a)
```

各要素へは添字によってアクセスする

特に注意！！
添字は0から始まり，(サイズ-1)で終わる
a = [1, 2, 3, 4, 5] として作成したならば，
a[0]～a[4]までの要素が存在する

反復処理　ループ

同じ処理を何度も繰り返したい時に，その数だけコードを書くのは面倒！

forループを覚えよう！

・forループ

```
for イテレータ in イテラブル:
  文１;
  文2;
  …
  文n;
```

1. イテレータが終端に到達していれば終了
2. イテレータが要素を一つイテラブルから取り出し返す
3. 文１～文nまでを評価．１へ戻る．

```
# forループ
for i in [0,1,2]:
    print(i)
```

出力

```
0
1
2
```

特に注意！！
インデントされた文がfor文のブロックとみなされる

- イテレータ（iterator）：反復処理（イテレーション）毎にリストなどから要素を一つずつ取り出して返すもの
- イテラブル（iterable object）：イテレーターを使って要素を一つずつ返すことができるオブジェクト．リスト，文字列など．

反復処理　ループ

```
# forループ range 1
for i in range(50, 100):
    print(i)
```

出力
```
50
51
52
⋮
99
```

```
# forループ range 2
for i in range(10, 100, 3):
    print(i)
```

出力
```
10
13
16
⋮
97
```

```
# forループ range 3
for i in range(100):
    print(i)
```

出力
```
0
1
2
⋮
99
```

- 連番 range
  - range(開始, 終了)：開始から終了-1までの連番を表す.
  - range(開始, 終了, ステップ)：開始から終了-1までのステップおきの連番を表す
  - range(終了)：0から終了-1までの連番を表す．range(0, 終了)を意味する.

注意
rangeもイテラブルだが，リストとは異なる．リストにしたい場合は
`list(range(100))`
のようにする必要がある.

反復処理　ループ

forループはネスト（入れ子構造）にできる

```
# ネスト
for i in range(100):
    for j in range(100):
        print(i,j)
```

出力.
```
0 0
0 1
0 2
…
99 99
```

特に注意！！
ネストする場合も，インデントをによりブロック構造を記述する

```
# ３重ネスト
for i in range(10):
    for j in range(10):
        for k in range(10):
            print(i,j,k)
```

出力.
```
0 0 0
0 0 1
0 0 2
…
9 9 9
```

何重にもネストすることが可能

モジュール・パッケージ

Pythonコードをまとめたファイルやその集合

便利な機能をまとめたものを再利用することで１から作る必要がなくなる！

- import モジュール
  モジュールを読み込む
- from パッケージ import モジュール
  パッケージ内のモジュールを読み込む
- import パッケージ as 省略名
  パッケージを省略名として読み込む
- from パッケージ import モジュール as 省略名
  パッケージ内のモジュールを省略名として読み込む

```
# mathパッケージの読み込み
import math

a = math.log(2)
print(a)
```

```
# matplotlibパッケージからpyplotモジュールをpltとして読み込む
import matplotlib.pyplot as plt
```

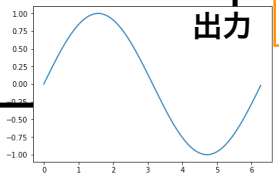
プロット

結果を図として可視化する

matplotlibによるプロット

```
# sin関数のプロット
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import math

xEnd = 2*math.pi
step = math.pi/18

xList = []
yList = []
for i in range(0, int(xEnd/step)):
    x = step*i
    y = math.sin(x)
    xList.append(x)
    yList.append(y)

plt.plot(xList,yList)
```

出力



- %matplotlib inline
  ノートブック内でplotの結果を表示するためのコマンド
- matplotlib.pyplot.plot(横軸値リスト, 縦軸値リスト)
  (横軸値, 縦軸値)で与えられる座標値をプロットする

- リスト.append(要素)
  リストの末尾に要素を付け加える
- int(数値)
  数値を切り捨てて整数にする

プログラムの流れ
離散ロジスティックモデルの時間発展

課題3

必要なパッケージ（matplotlib）の読み込み

↓

初期値（x0）・パラメータ（r, K）の定義

↓

時間tと個体数xのリスト（tList, xList）を作成

↓

forループ

t=0からt<100まで

差分方程式 $X_{t+1} = X_t + r\left(1 - \frac{X_t}{K}\right)X_t$

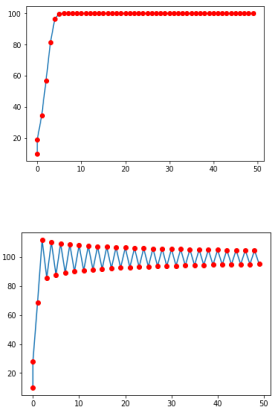
を使い，t+1ステップ目を計算する．

```
xx = x+r*(1-x/K)*x
```

結果をリストに追加

↓

プロット



プログラムの流れ
分岐図

課題４（発展）

必要なパッケージ（matplotlib）の読み込み

↓

パラメータ（K）の定義

↓

パラメータrと個体数xのリスト（rList, xList）を作成

↓

forループ

初期値（x0）・パラメータ（r）の設定　1.5≦r≦3の範囲

forループ

t=0からt<1000まで

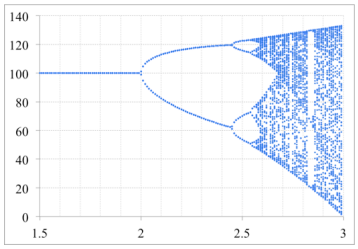
差分方程式 $X_{t+1} = X_t + r\left(1 - \frac{X_t}{K}\right)X_t$

を使い，t+1ステップ目を計算する．

```
xx = x+r*(1-x/K)*x
```

最後の100ステップをリスト（rList, xList）に追加

→ プロット



最終的にこんなの
をプロットしたい

本日の課題

1. 離散ロジスティックモデルの平衡点を求めよ.
2. １．で求めた平衡点のうち，正の平衡点の周りで線形化し，系の挙動を考察せよ.
3. 離散ロジスティックモデルの時間発展を様々なrに対してプロットせよ.
4. （発展）離散ロジスティックモデルの分岐図を描け.
5. 質問，意見，要望等をどうぞ.

氏名，学籍番号，所属を必ず書くこと！

次回予告

第３回：指数成長・ロジスティック成長

４月２２日

復習推奨

- 指数成長
- ロジスティック成長