数理生物学演習

第7回　理論形態モデル

第7回：理論形態モデル

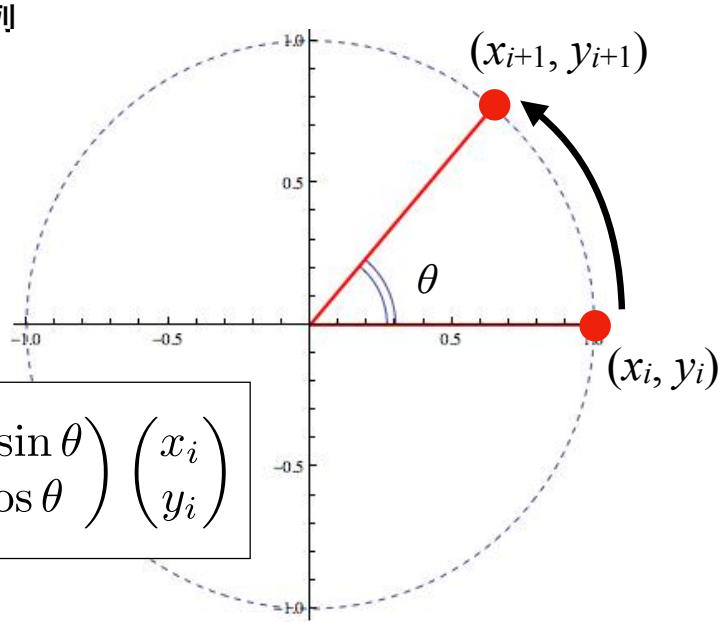
本日の目標

- Raupのモデル
- 回転行列
- Pythonによる3Dプロット

回転行列 2次元

原点周りにθだけ回転させる回転行列

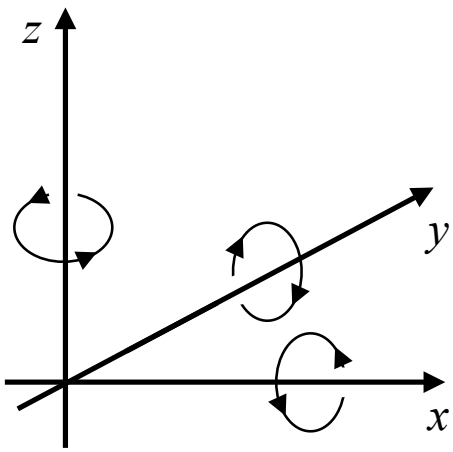
$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$



$$\boxed{\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}}$$

θだけ逆回転させる場合や
2θ回転だけ回転させる場合を考えてみよう

回転行列 3次元



右ねじ

x軸周り

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

y軸周り

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

z軸周り

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

指数増殖モデルのおさらい

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

初期条件

$$x(0) = x_0$$

$$x(t) = x_0 e^{at}$$

解いてみよう

対数らせん

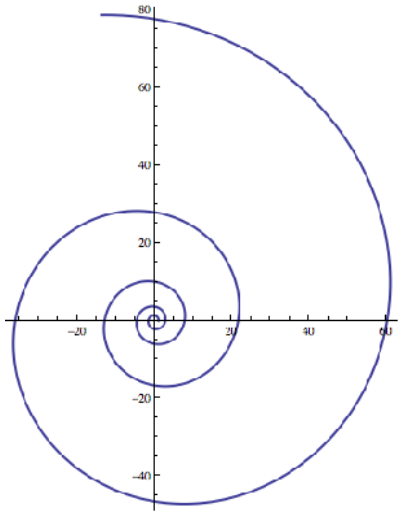
対数らせんで近似できる“巻き”パタン

オウムガイ

唐沢 與希 氏（三笠市立博物館）提供

$$\frac{dr(\theta)}{d\theta} = ar(\theta) \quad (a\text{は定数})$$

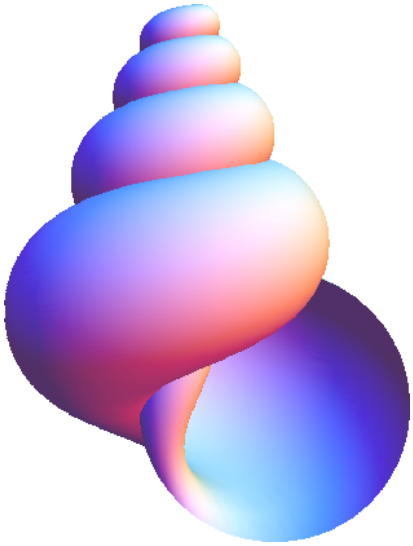
初期条件

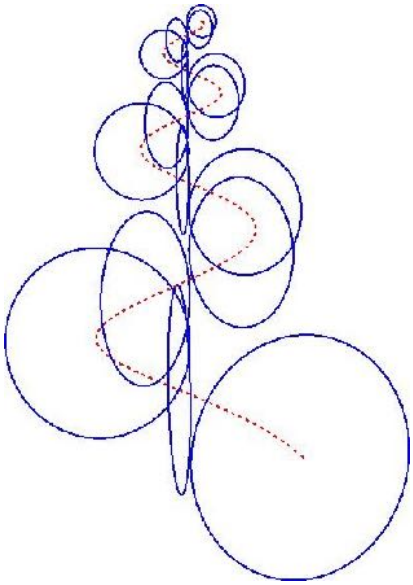


$$r(\theta) = r_0 \exp(a\theta)$$

Raupのモデル

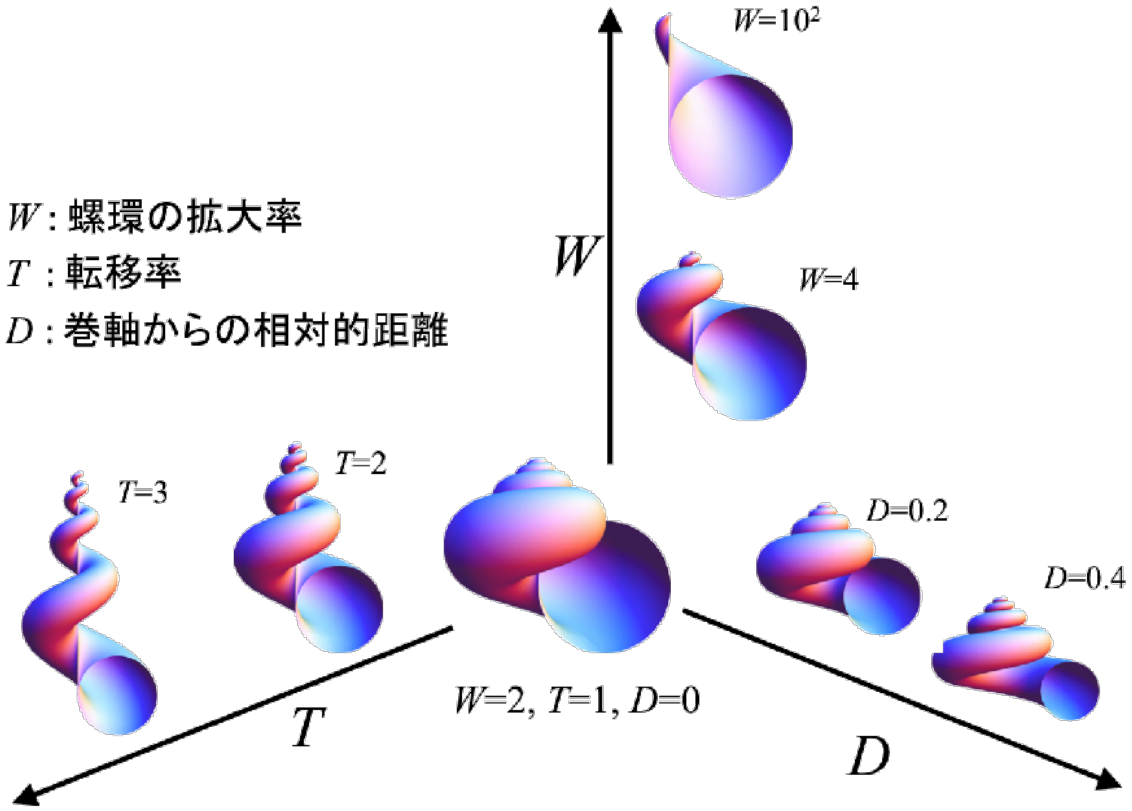
Raup (1962, 1966), Raup & Michelson (1965)





母曲線を巻軸周りに回転させながら成長させることで
“巻き”のパタンを記述

パラメータを変えることで様々な巻きパタンを表現できる



実際にプログラムを組んでみよう！

Pythonの実行方法いろいろ

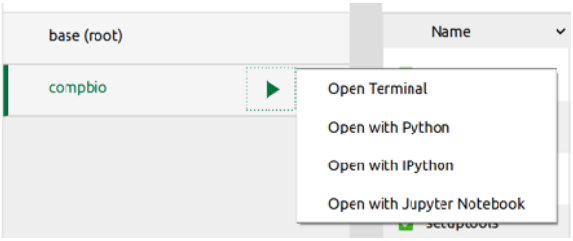
CUI

```
# -*- coding: utf-8 -*-

def main():
    print("Hello, World!")

if __name__ == '__main__':
    main()
```

```
$ python hello.py
```



対話的実行環境

インタラクティブシェル

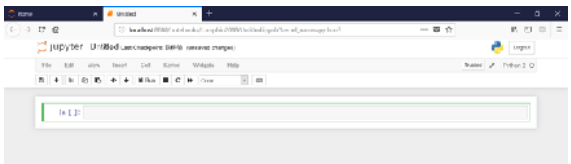
python

```
>>> print("Hello, World!")
```

ipython

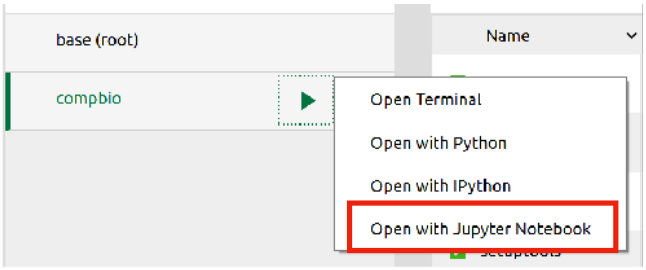
```
In [1]: print("Hello, World!")
```

ノートブック環境



目的に応じて様々な実行方法がある
この演習では基本的にノートブック環境（Jupyter Notebook）を使う

Jypyter Notebookの起動



Hello, World!

- print(オブジェクト)
  オブジェクトを表示する

注意：Pythonでは文末のセミコロン（;）は必要ない

```
7-1. Hello, World!
print("Hello, World!")
```

```
出力例
Hello, World!
```

基本的な型と演算（Python）

数値型
- 整数 例:1, 2, 3
- 浮動小数点数 例：1.0, 2.2, 5.389
- 複素数 例：3.4 + 0.4j, 5+2j
- 真偽値 例：True, False

文字列
- 文字列 例："compbio"，"数理生物"

四則演算・剰余・べき乗
- 加法 例:1+3, 5+0.5
- 減法 例：5-2, -4.2-9
- 乗法 例：3.4 + 0.4j, 5+2j
- 除法 例：4/2, 5/3
- 剰余 例：4%3, 12942%7
- べき乗 例 2**2, 5**3

```
7-2. 基本的な演算
// 四則演算
1+1
4+0.6
1-4
4-(5-6j)
2*4
6/3

// 剰余
4%3

// べき乗
5**3
```

```
出力例
2
4.6
-3
 (-1+6j)
8
2.0
1
125
```

さまざまな計算を試してみよう

変数（Python）

- C言語では予め変数の型を宣言しておく必要があった（静的型付け）
- Pythonでは何が代入されるかにより型が決まる（動的型付け）

- 代入 =
- type(オブジェクト)
  オブジェクトの型を返す

7-4. 変数

```
a = 3
b = 5 + 6.3
c = “compbio”
type(a)
type(b)
type(c)
```

出力例

```
int
float
str
```

他の型も試してみよう

Pythonにおけるインデント

- 制御構文（forやifなど）の構造を見やすくするなどを目的にC言語でもインデント（字下げ）を行ってきた
  - C言語ではインデントの有無はプログラムとしての差を生まない
    → ソースコード的には意味がない，ソースコードの可読性を上げることが目的
- Pythonではインデントが意味を持つ
  - forやifの構造
  - 関数などの宣言

例．Cにおけるインデントの有無

```
#include <stdio.h>

int main(void){
for(int i = 0; i<10; i++){
for(int j=0; j<10; j++){
for(int k=0; k<10; k++){
printf("%d, %d, %d\n", i, j, k);
}
}
}
return 0;
}
```

例．Cにおけるインデントの有無

```
#include <stdio.h>

int main(void){
  for(int i = 0; i<10; i++){
    for(int j=0; j<10; j++){
      for(int k=0; k<10; k++){
        printf("%d, %d, %d\n", i, j, k);
      }
    }
  }
  return 0;
}
```

forループ（Python）

```
for ターゲット in シーケンス:
    文1
    文2
    ⋮
    文n
```

注意：波括弧{}で囲まずに，インデントで範囲を指定する

ターゲット：シーケンスの要素が代入される変数，もしくは変数のリスト
シーケンス：数値の列や文字列，リストなど

- range(整数)
  0から整数-1までの整数のシーケンスを返す
- range(整数1, 整数2)
  整数1から整数2-1までの整数のシーケンスを返す
- range(整数1, 整数2, 整数3)
  整数1から整数2-1まで整数3おきのシーケンスを返す

7-4. forループ

```
for i in range(10):
  for j in range(10):
    for k in range(10):
      print(i, j, k);
```

出力例

```
0 0 0
0 0 1
0 0 2
⋮
9 9 7
9 9 8
9 9 9
```

if文（Python）

```
if 条件:
    文1
    文2
    ⋮
    文n
```

```
if 条件1:
    文1
    文2
    ⋮
    文m
else:
    文'1
    文'2
    ⋮
    文'n
```

```
if 条件1:
    文1
    文2
    ⋮
    文l
elif 条件2:
    文'1
    文'2
    ⋮
    文'm
else:
    文'1
    文'2
    ⋮
    文'n
```

7-5. if文

```
for i in range(50):
    if i%3==0:
        print("3の倍数")
    elif i%3==1:
        print("余り1")
    else:
        print("")
```

出力
余り1

3の倍数
余り1

3の倍数
・・・
余り1

iを3で割った余りが
0のとき，「3の倍数」
1のとき，「余り1」
をそれぞれ画面に表示し，
2のとき，何もしない

リスト

- C言語の配列のようなもの
- しかし，以下のような性質をもつ
  - 動的にサイズを変更できる
  - 異なる型を要素にもつことができる
  - 他のリストを要素に持つこともできる

[]で囲み，要素をカンマ（,）で区切る
例：a = [1, 2, -5, "6", "compbio", [3.5, 5, "数理生物"]]

要素の追加
- リスト.append(要素)
  リストの末尾に要素を追加する

7-6. リストと要素の追加

```
a = []
b=[]
a.append(1)
a.append(2.0)
a.append("3rd")
a.append("四番目")
b.append("b1")
b.append("b2")
a.append(b)
print(a)
```

出力例

```
[1, 2.0, '3rd', '四番目', ['b1', 'b2']]
```

リストはシーケンスの一種．リストを用いてforループを実行することもできる．

指数成長モデル

パッケージの読み込み
- import パッケージ
  パッケージを読み込む
- import パッケージ as 略称
  パッケージを略称として読み込む

7-7. 指数成長モデル

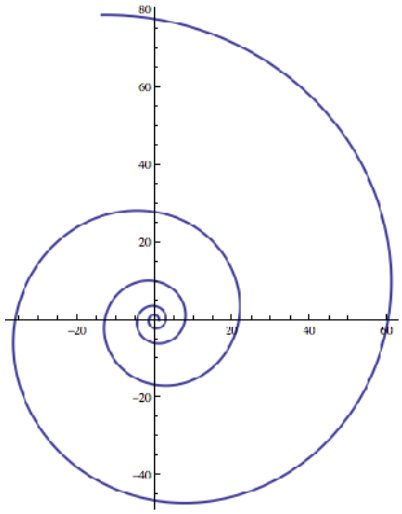
```
import math
import matplotlib.pyplot as plt

x0=10.0
x=[x0]
xa=[x0]
a=1.2
dt=0.01
t=[0]
for i in range(1,1000):
    xa.append(x0 * math.exp(a*dt*i))
    xx=x[i-1]+dt*a*x[i-1]
    x.append(xx)
    t.append(dt*i)

plt.plot(t, x)
plt.plot(t, xa)
```

対数らせん

$$r(\theta) = r_0 e^{a\theta}$$

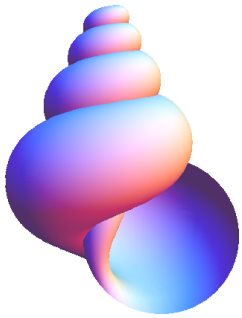


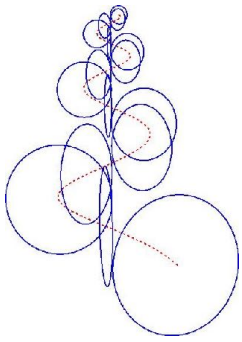
「LS.ipynb」を開いて試してみよう

Raupのモデル

θ, φでパラメータ表示された母曲線の軌跡（曲面）で巻貝の殻形態を近似する

$$\mathbf{r}(\theta, \phi | W, T, D) = \underbrace{W^{\frac{\theta}{2\pi}}}_{\text{管の拡大}} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{z軸周りの回転}} \left[\underbrace{\begin{pmatrix} \cos\phi \\ 0 \\ \sin\phi \end{pmatrix}}_{\text{母曲線}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2D}{1-D} + 1 \\ 0 \\ 2T\left(\frac{D}{1-D} + 1\right) \end{pmatrix}}_{\text{初期位置}} \right]$$





「Raup.ipynb」を開いて試してみよう

本日の課題

1. Raupモデルのパラメータを変化させて，様々な“かたち”を描け
2. 1.で描いた“かたち”を巻貝の形態的なモデルとしよう．すると様々なかたちの中には現実の巻貝に存在する“かたち”と，現実には存在しない“かたち”が現れる．では何故現実にはそうした“かたち”の巻貝が存在するのか，または存在しないのかを究極要因と至近要因の両面から考察し，意見を述べよ．
3. 現実の巻貝にはRaupモデルによって描けない“かたち”が存在する．そうした，巻貝を探しだし，何故Raupモデルでは描けないのかを考察せよ．
4. 質問，意見，要望等をどうぞ．

課題をPDFファイルにまとめて，Google フォームにて提出すること

次回予告
第8回：研究をはじめるために
6月4日

復習推奨

- 参考文献の引用方法